TOMPOSNÉ SZÜLE VERONIKA ETELKA[1]

Gumiból készült járműalkatrészek mechanikai és termodinamikai viselkedésének számítógépes modellezése

1. BEVEZETÉS

Gumiból készült járműalkatrészek mechanikai és termodinamikai viselkedésének leírásakor figyelembe kell venni azt a tényt, miszerint az alakváltozásokat követően hőmérsékletük számottevő mértékben megnő. A hőfejlődéssel párosult alakváltozásokat leíró feladatokat csatolt termomechanikai feladatoknak nevezzük. Ezen feladatok megoldása azért jelent nehézséget, mert a mechanikai folyamatot és a hőfejlődés következtében fellépő hővezetést más-más egyenlet írja le. A mechanikai egyenletekben szerepelhet a hőmérsékletmező a hőtáguláson vagy az anyagállandók hőmérsékletfüggésén keresztül, a hővezetési egyenletben szerepelhet a vizsgált test deformált alakját megadó függvény.

Jelen cikkben a megvalósított kutatási eredmények bemutatására kerül sor, így a csatolt termomechanikai feladat megoldására, azaz szimuláció fejlesztésére a termodinamikailag konzisztens leírásmód alkalmazásával, valamint a gumialkatrészek kifáradására vonatkozó szakirodalmi háttér összefoglalására. Ez azt jelenti, hogy szükséges az elméleti háttérként szolgáló kontinuummechanikai[2] alapok,[3] fizikai törvények[4] összefoglalása, mivel a gumira vonatkozó anyagtörvények nem sérthetik ezen mechanikai és termodinamikai összefüggéseket.[5] Ezen összefüggéseket, így az impulzus- és perdület-tételt, ill. a termodinamika I. és II. főtételét ki kell terjeszteni a gumi és gumiszerű anyagok nagy alakváltozásainak esetére. Bemutatásra kerül a csatolt termomechanikai feladat megoldásának módszere, azaz sor kerül egy a mechanikai egyenlet közelítő megoldására használható módszer, a virtuális teljesítmény elvének, valamint a hővezetési egyenlet

[1] SZE Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola, doktorjelölt; SZE Gépészmérnöki Informatikai és Villamosmérnöki Kar, Alkalmazott Mechanika Tanszék, egyetemi tanársegéd. Témavezető: Dr. Pere Balázs, tanszékvezető egyetemi docens, SZE Gépészmérnöki Informatikai és Villamosmérnöki Kar, Alkalmazott Mechanika Tanszék.
[2] Bonet, Javier – Wood, Richard D.: *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis,* 1997, Camebridge, Camebridge University Press.
[3] Holzapfel, Gerhard A.: *Nonlinear Solid Mechanics*, 2000, Chichester, John Wiley&Sons.
[4] Treloar, Leslie ronald George: *The Physics of Rubber Elasticity*, 1975, 3rd edition, Oxford University Press, New York.
[5] Flory, Paul John: Thermodynamic relations for high elastic materials, in *Transactions of the Faraday Society*, 1961, Vol. 57, pp. 829–838.

megoldásánál használható módszer a virtuális hőmérsékletek elvének bemutatására. A kifáradásra vonatkozó szakirodalmi háttér összefoglalása a későbbi kifáradás- és élettartam számítások alapjául szolgál.

2. MECHANIKAI ÉS TERMODINAMIKAI ÖSSZEFÜGGÉSEK

Jelölje a pillanatnyi konfigurációban az általunk vizsgált test térfogatát v, felületét a . Az impulzus-tétel integrál alakja pillanatnyi konfigurációban a következő alakú:

$$\frac{d}{dt}\int_{(v)} \vec{v}\rho\, dv = \int_{(a)} \vec{t}\ da + \int_{(v)} \vec{f}\, dv \qquad (1)$$

ahol $\vec{v}$ a test egy pontjának sebessége, ρ a test anyagának tömegsűrűsége, $\vec{t}$ az egységnyi felületre eső terhelés, $\vec{f}$ az egységnyi térfogatra jutó terhelés, ahogyan az első ábrán látható. A $\vec{t}$ terhelésvektor a Cauchy-feszültség segítségével is megadható: $\vec{t} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}$.
A perdület tétel differenciális alakját használjuk pillanatnyi konfigurációban:

$$\vec{r} \times \left(\rho \dot{\vec{v}} - \underline{\underline{\sigma}} \cdot \nabla - \vec{f} \right) = \overset{\downarrow}{\vec{r}} \times \underline{\underline{\sigma}} \cdot \nabla \qquad (2)$$

A nyomatékok egyensúlyának differenciális alakja a $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^T$ egyenlőséggel fejezhető ki, amely egyenlet következménye, hogy a feszültség tenzor szimmetrikus. Rugalmas anyagokban ismétlődő alakváltozások hatására hőfejlődés figyelhető meg. A kontinuum test klasszikus kontinuum-termodinamikai jellemzésével foglalkozik Holzapfel[6] és Simo[7] munkáikban, amelyben figyelembe veszik a termodinamika főtételeit, valamint a Helmholtz-féle szabadenergiát és a hővezetést. A belső energia bevezetésével a termodinamika első főtétele pillanatnyi konfigurációban:

$$\dot{e}\rho = \left[-\nabla \cdot \vec{q} + h \right] + \underline{\underline{\sigma}} \cdot\cdot \underline{\underline{d}} \qquad (3)$$

valamint a kezdeti konfigurációban:

$$\dot{e}\rho_0 = \left[-\nabla_0 \cdot \vec{q}_0 + h_0 \right] + \underline{\underline{S}} \cdot\cdot \dot{\underline{\underline{E}}} \qquad (4)$$

ahol $\underline{\underline{E}}$ a Green-Lagrange-féle alakváltozási tenzor.

A gumi és gumiszerű anyagok viszkoelasztikus tulajdonságát a második főtétel fogalmazza meg, ugyanis, ha az anyag viszkózus és a feszültségre relaxál, az csak egy irányban történhet, vagy csökken a feszültség vagy növekszik. Azaz egy

[6] Holzapfel: i. m.
[7] Holzapfel, Gerhard A. – Simo, Juan C.: Entropy elasticity of isotropic rubber-like solids at finite strains, in *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1996, Vol 132., pp. 17–44.

elszigetelt rendszer állapota termikus egyensúly felé halad. A későbbi számítások elvégzése érdekében célszerű a feladat változóját entrópiáról hőmérsékletre cserélni[8] a Legendre-transzformáció alkalmazásával és a Helmholtz-féle szabadenergia[9] használatával:

$$\psi = e - \eta T \qquad (5)$$

Így a termodinamika második főtétele a következő alakot nyeri:

$$\dot{\psi}\rho_0 \geq \eta \dot{T} \rho_0 + \underline{\underline{S}} \cdot\cdot \dot{\underline{\underline{E}}} - \frac{\vec{q}_0 \cdot \nabla_0 T}{T} - D_0 \qquad (6)$$

A disszipáció reverzibilis folyamatok esetében nulla $D_0 = 0$, azonban az egyenlőtlenség irreverzibilis folyamatokra vonatkozik, így a Clausius-Duhem egyenlőtlenség:[10]

$$0 \leq D_0 = -\dot{\psi}\rho_0 + \eta \dot{T} \rho_0 + \underline{\underline{S}} \cdot\cdot \dot{\underline{\underline{E}}} - \frac{\vec{q}_0 \cdot \nabla_0 T}{T} \qquad (7)$$

ahol D a disszipáció, η az entrópia, T az abszolút hőmérséklet.

3. MECHANIKAI FELADAT MEGOLDÁSA: VIRTUÁLIS TELJESÍTMÉNY ELVE

Az (1) egyenlet differenciális alakja a Gauss-tétel alkalmazásával nyerhető:

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \nabla + \vec{f} = \vec{0} \qquad (8)$$

A (8) egyenlet megoldása végeselem módszerrel történik. A végeselem módszer alapját általában valamilyen energetikai elv képezi. Ebben az esetben a virtuális teljesítmény[11] elve[12] kerül ismertetésre. Szorozzuk meg a (8) egyenlet mindkét oldalát a $\vec{v}^*$ függvénnyel, ami két kinematikailag lehetséges sebességmező különbsége. Ezen függvényt virtuális sebességmezőnek nevezzük, amely függvény a következő tulajdonságokkal kell, hogy rendelkezzen: legyen folytonos, legalább egyszer deriválható függvény. A (8) egyenlet (itt részletesen nem kifejtett)

[8] Lu, S. C. H. – Pister, K. S.: Decomposition of deformation and representation of the free energy function for isotropic thermoelastic solids, in *International Journal of Solids and Structures*, 1975, Vol 11., pp. 927–934.
[9] Holzapfel: i. m. 348. o.
[10] Holzapfel: i. m. 169. o.
[11] Ogden, Raymond William: Elastic deformations of rubberlike materials, in Hopkins H. G. –Sewell, M. J.: *Mechanics of Solids, the Rodney Hill 60th Anniversary Volume*, 1982, Oxford, Pergamon Press, pp. 499–537.
[12] Pere, Balázs: *Solution of Coupled Thermomechanical Problems Using p-FEM*, 2012, Graz, Austria, 8th European Solid Mechanics Conference (ESMC2012), (CD-ROM, 2 pages).

további matematikai átalakítások után a következőképpen alakul:[13]

$$P = \underbrace{\int_{(V)} \underline{\underline{S}} \cdot\cdot \underline{\underline{F}}^T \cdot \left(\vec{v}^* \circ \nabla_0\right) \cdot \underline{\underline{F}} dV}_{P_{\text{int}}} - \left(\underbrace{\int_{(A_p)} \vec{v}^* \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{p}_0 dA + \int_{(A_u)} \vec{v}^* \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{S}} \cdot \vec{N} dA + \int_{(V)} \vec{v}^* \cdot \vec{f}_0 \, dV}_{P_{ext}} \right) = 0 \qquad (9)$$

Az így kapott összefüggés tagjai két csoportra oszthatók: belső erők virtuális teljesítménye $\left(P_{\text{int}}\right)$ és külső erők virtuális teljesítménye $\left(P_{\text{ext}}\right)$. Azaz a külső erők virtuális teljesítménye megegyezik a belső erők virtuális[14] teljesítményével,

$$\underbrace{\int_{(V)} \underline{\underline{S}} \cdot\cdot \underline{\underline{F}}^T \cdot \left(\vec{v}^* \circ \nabla_0\right) \cdot \underline{\underline{F}} dV}_{P_{\text{int}}} = \underbrace{\int_{(A_p)} \vec{v}^* \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{p}_0 dA + \int_{(A_u)} \vec{v}^* \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{S}} \cdot \vec{N} dA + \int_{(V)} \vec{v}^* \cdot \vec{f}_0 \, dV}_{P_{ext}} \qquad (10)$$

ahol P a két virtuális teljesítmény különbsége, függvénye a deformált test pontjaiba mutató $\vec{r}$ helyvektornak, a $\vec{v}^*$ függvénynek és a hőtáguláson keresztül a T hőmérsékletnek.

$$P = P\left(\vec{r}, T, \vec{v}^*\right) \qquad (11)$$

A hőtágulást az alábbi diferenciálegyenlet jellemzi:

$$\frac{\partial J}{\partial T} = 3\alpha_0 J \qquad (12)$$

ahol α_0 a lineáris hőtágulási együttható. Ha a fellépő hőmérsékletingadozások nem túl nagyok ($T - T_0 \ll T_0$ ahol T_0 a referencia hőmérséklet), akkor a lineáris hőtágulási együttható konstansnak tekinthető és a (12) egyenlet megoldására a következő összefüggés adódik:[15]

$$J\left(T\right) = e^{3\alpha_0 \left(T - T_0\right)} \qquad (13)$$

Keressük azt a vektormezőt $\vec{r} = \vec{r}\left(\vec{R}\right)$ (deformált alakot) ami a nemlineáris egyenletet kielégíti $P = 0$. Feltételezzük, hogy a mechanikai folyamatok kvázistatikusan mennek végbe, azaz minden időpillanatban a rendszer mechanikai szempontból egyensúlyban van. Ez azt jelenti, hogy a vizsgált test pontjainak gyorsulása nullának vehető, és az egyéb mennyiségek nem függenek az időtől. Mivel a $P = 0$ egyenlet nemlineáris, megoldásához a Newton-Raphson-módszert használjuk:

$$P\left(\vec{r}_k, \vec{v}^*\right) + DP\left(\vec{r}_k, \vec{v}^*\right)\left[\vec{u}\right] = 0 \qquad (14)$$

[13] Szüle, Veronika – Pere, Balázs.: Modelling of Heat Generation in Vehicle Components Made of Rubber Caused by Finite Deformations, Lecture Notes in Mechanical Engineering, in *Vehicle and Automative Engineering 2*, Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, pp. 142–157.

[14] Égert, János – Pere, Balázs: *Finite Element Analysis*, 2011, Győr, Universitas-Győr Nonprofit Kft.

[15] Holzapfel: i. m. 347. o.

ahol $\vec{r}_k\left(k=0\right)$ egy tetszőleges vektor, $DP\left(\vec{r}_k,\vec{v}^*\right)$ a Gateaux-féle derivált [1] és $\vec{u}$ az elmozdulás növekmény. A k-adik iterációs lépés után $\vec{r}_{k+1}=\vec{r}_k+\vec{u}$ az iteráció akkor fejeződik be, ha az $\vec{u}$ növekmény értéke egy bizonyos hibahatár alá nem csökken: $\dfrac{\left|\vec{u}\right|}{\left|\vec{r}_k-\vec{R}\right|}<h$

4. HŐVEZETÉSI FELADAT MEGOLDÁSA: VIRTUÁLIS HŐMÉRSÉKLETEK ELVE

A csatolt termomechanikai feladat megoldásához szükséges a hővezetési egyenlet megoldása is. Hasonlóan a mechanikai feladathoz ezt az egyenletet is végeselemes módszerrel lehet megoldani. A végeselemes megoldás előállításához a virtuális hőmérsékletek elvét használjuk. Azon feltételezésből indulunk ki, miszerint a vizsgált anyag tökéletesen rugalmas, benne disszipáció nem lép fel: $\underline{\underline{S}}-\rho_0\dfrac{\partial\psi}{\partial\underline{\underline{E}}}=\underline{\underline{0}}$, így a hővezetés differenciálegyenlete a következő alakra módosul:[16]

$$\rho_0 c\dot{T}=-\nabla_0\cdot\vec{q}_0+h_0+\rho_0 T\frac{\partial^2\psi}{\partial\underline{\underline{E}}\,\partial T}\cdot\cdot\underline{\underline{E}} \tag{15}$$

ahol ρ_0 a tömegsűrűség a kezdeti konfigurációban, c a hőkapacitás, $\vec{q}_0$ a hőfluxus vektor a kezdeti konfigurációban, h_0 a hőforrás, $\underline{\underline{E}}$ a Green-Lagrange-féle alakváltozási tenzor. A (15) egyenlet mindkét oldalát megszorozva $\theta\left(\vec{r},t\right)$ a függvénnyel és mindkét oldalt integrálva az alábbi alak nyerhető:

$$\int_{(V)}\rho_0 c\dot{T}\,\theta dV=-\int_{(V)}\nabla_0\cdot\overset{\downarrow}{\vec{q}_0}\theta\,dV+\int_{(V)}h_0\theta\,dV+\int_{(V)}\rho_0 T\frac{\partial^2\psi}{\partial\underline{\underline{E}}\,\partial T}\cdot\cdot\underline{\underline{E}}\theta\,dV \tag{16}$$

ahol $\theta\left(\vec{r},t\right)$-t virtuális hőmérsékletmezőnek nevezzük, ami a virtuális sebességmezőhöz hasonló tulajdonságokkal rendelkezik, azaz folytonos és legalább egyszer differenciálható függvény. A termodinamika második főtételéből levezethető, hogy a hőfluxus a hőmérsékletmező negatív gradiensével arányos. További alkalmazott átalakítások után, a (16) egyenletet nullára rendezve megkapjuk a virtuális hőmérsékletek elvét, ami már alkalmas a (15) differenciálegyenlet közelítő megoldására:

$$\begin{aligned}\Upsilon=&\int_{(V)}\rho_0 c\dot{T}\,\theta dV+\int_{(A)}\theta q_N dA+\int_{(V)}\kappa\theta\nabla_0\cdot\nabla_0 T\,dV-\\&-\int_{(V)}h_0\theta\,dV-\int_{(V)}\rho_0 T\frac{\partial^2\psi}{\partial\underline{\underline{E}}\,\partial T}\cdot\cdot\underline{\underline{E}}\theta\,dV=0\end{aligned} \tag{17}$$

[16] Gyarmati István: *Nem egyensúlyi termodinamika,* 1967, Budapest, Műszaki Könyvkiadó.

ahol Υ függvénye a deformált test pontjaiba mutató $\vec{r}$ helyvektornak, a θ függvénynek és a hőmérsékletnek, $\Upsilon = \Upsilon(\vec{r}, T, \theta)$.
Keressük azt a $T(\vec{r}, t)$ hőmérsékletmezőt, amelyre a $\Upsilon = 0$ egyenlet teljesül.

5. CSATOLT TERMOMECHANIKAI FELADAT MEGOLDÁSA

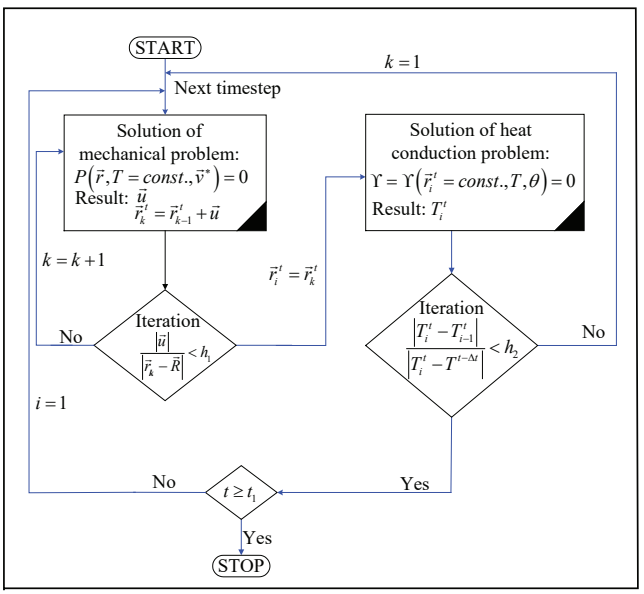
Csatolt feladatok megoldásának elterjedt megoldási módszere az ún. operátor hasítás módszere. A módszer két részre osztja a feladat megoldását. Elsőként a mechanikai feladat megoldására kerül sor állandó hőmérséklet mellett:

$$P = P\left(\vec{r}, T = \text{const.}, \vec{v}^*\right) = 0 \qquad (18)$$

Ha ez megtörtént és rendelkezésre áll a függvény, akkor a hővezetési feladatot kell megoldani a test állandónak vett alakja mellett:

$$\Upsilon = \Upsilon\left(\vec{r} = \text{const.}, T, \theta\right) = 0 \qquad (19)$$

1. ábra: A csatolt termomechanikai feladat megoldása



A kapott hőmérsékletmezőt vissza kell helyettesíteni a mechanikai feladatba és azt újra megoldani. Mindezt a két lépést addig kell ismételni, amíg két egymást követő iterációban a test alakjának és hőmérsékletének megváltozása egy hibaha-

tár alá nem csökken, $\frac{|\vec{r}_k - \vec{r}_{k-1}|}{|\vec{r}_k - \vec{R}|} < h_1$ és ,$\frac{|T_k - T_{k-1}|}{|T_k - T_0|} < h_2$ ahol h_1 és h_2 hibakorlátok és T_0 a kezdeti hőmérséklet. A csatolt termomechanikai feladat megoldásához szükség van a feladat gyenge alakjára és a mechanikai feladat nemlineáris alakjának linearizációjára. A helyvektor a mechanikai feladat gyenge alakjából, a hőmérsékletmező a hővezetési feladat gyenge alakjából határozható meg. A numerikus megoldás folyamatábráját az 1. ábra szemlélteti.

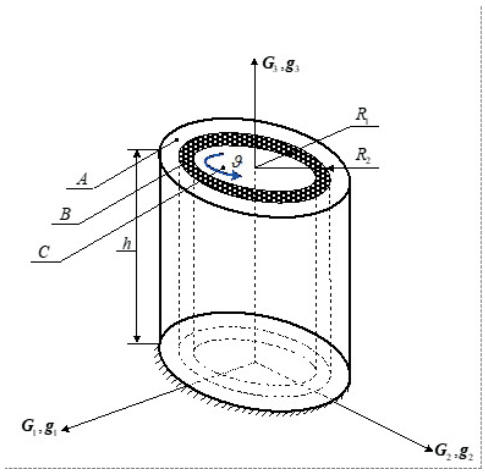
6. MEGOLDÁS SZEMLÉLTETÉSE SZÁMPÉLDÁVAL

Tekintsük egy szilentblokk mechanikai modelljét, az *A,B,C* forgásszimmetrikus testeket. Kinematikai peremfeltétel: a külső test merev megfogása. Dinamikai peremfeltétel: a belső *C* test ϑ szöggel történő elfordítása. Továbbá a gumiban nincsenek hőforrások, valamint a kialakult hőmérsékletmező homogén eloszlást mutat, $h_0 = 0,\ q_0 = 0$.

A belső *C* testet ϑ szöggel elforgatva, meghatároztam a *B* testen tetszőleges *R* sugáron levő pont elmozdulását [3. ábra], majd megadtam a kezdeti és pillanatnyi konfiguráció közötti kapcsolatot. Az alakváltozást leíró, a kezdeti és pillanatnyi konfiguráció között kapcsolatot teremtő $\vec{\chi}(\vec{R},t)$ függvény a következő alakban áll elő R tetszőleges sugáron:

$$\left.\begin{aligned} x &= (\cos\varphi)X + (\sin\varphi)Y, \\ y &= (-\sin\varphi)X + (\cos\varphi)Y, \\ z &= Z \end{aligned}\right\} \vec{r}(t) = \vec{\chi}(\vec{R},t) \quad \text{ahol,} \quad \varphi = \vartheta\frac{R_2 - R}{R_2 - R_1}, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

2. ábra: Szilentblokk mechanikai modellje

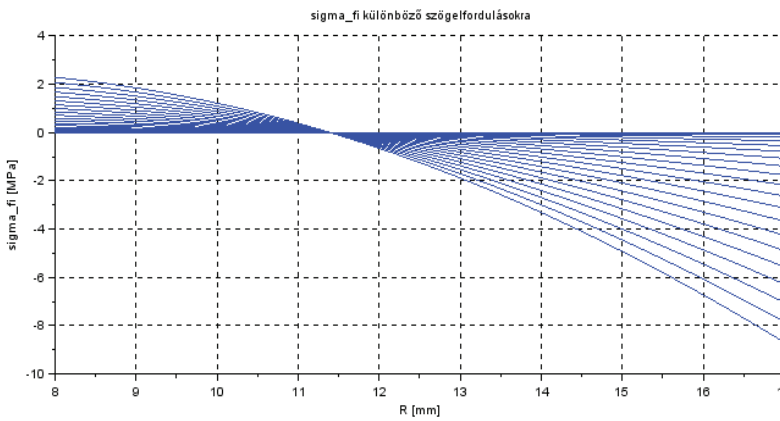


A $\vec{\chi}\left(\vec{R},t\right)$ függvény deriválásával állítható elő a deformáció gradiens térfogat-állandóság feltételezése mellett, amelynek ismeretében a kontinuummechanikai feladat megoldottnak tekinthető. A Cauchy-feszültség tenzor elérhetővé válik a következő egyenlet alkalmazásával:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \mu J^{-\frac{5}{3}}\left(\underline{\underline{b}} - \frac{1}{3} b_I \underline{\underline{I}}\right) + p\underline{\underline{I}} \tag{20}$$

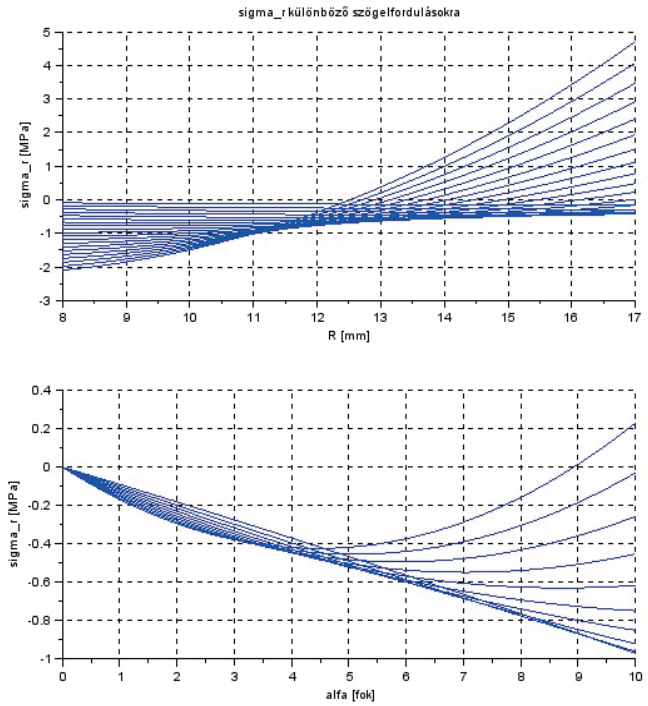
ahol μ a nyírási modulus, $\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{F}}^T$ a bal oldali Cauchy-Green deformációs tenzor, b_I a bal oldali Cauchy-Green deformációs tenzor első skalár invariánsa, $J = \det\left(\underline{\underline{F}}\right) = 1$, $\underline{\underline{I}}$ az egységtenzor, p nyomás a térfogat-állandóság következménye, amely a peremfeltételből határozható meg, azaz $\sigma_z = 0$ feltételből. A p nyomás visszahelyettesítése után a Cauchy-feszültség tenzor kiszámítható. A feszültségértékek kiszámítása a wxMaxima program segítségével történt.[17]

3. ábra: σ_φ feszültség ábrázolása a sugár függvényében

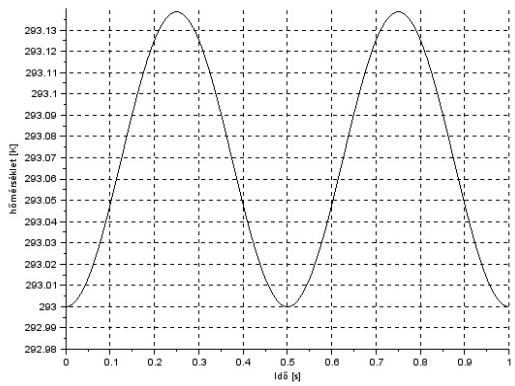


[17] Szüle, Veronika – Pere, Balázs: Solution of Thermomechanical Coupled Problem Using FEM, in *Proceedings of the 5th International Scientific Conference on Advances In Mechanical Engineering (ISCAME 2017)*, 2017, Debrecen, Hungary, Department of Mechanical Engineeering. Faculty of Engineering, University of Debrecen, pp. 544–547.

4. ábra: $\sigma_R$feszültség ábrázolása a sugár, szögelfordulás függvényében



5. ábra: A hőmérséklet változása az idő függvényében 1 Hz frekvencia által gerjesztett rezgés hatására



A számítások elvégzése és a hőmérséklet idő függvényében történő változásának ábrázolása a SCILAB és OCTAVE számítógépes programokkal történt. Itt szeretném megjegyezni, hogy a számítások elvégzéséhez, a programok használatához nélkülözhetetlen segítséget nyújtott számomra az ÚNKP-18-3-IV-SZE-8 pályázat keretében beszerzett asztali számítógép.

7. GUMIBÓL KÉSZÜLT JÁRMŰALKATRÉSZEK KIFÁRADÁSA

A kifáradás előrejelzésének két csoportját különböztetjük meg:

- az első a „crack nucleation life" azaz a repedés gócképződési meghatározásával/előrejelzésével foglalkozik,
- míg a másik közelítés az egyes repedések növekedését vizsgálja, kitérve az adott repedés kezdeti geometriájának leírására és az energiaváltozási sebességre. Törésmechanikai elméletekre alapoz.

Az egyes módszerek előnyeit, hátrányait, illetve lehetséges ipari/mérnöki alkalmazásait számos[18] irodalom[19] tárgyalja.

Számos a gumi alkatrészek kifáradását befolyásoló tényező ismert. Ezen tényezők a következő csoportokba sorolhatók:[20]

- mechanikai terheléstörténet hatásai,
- környezeti hatások,
- a gumi egyedi tulajdonságainak hatásai,
- valamint anyagi viselkedésének hatásai.

Ezen fejezetrészben a teljesség igénye nélkül néhány főbb – a kifáradásra gyakorolt hatást – szeretnék kiemelni. A mechanikai terheléstörténet hatásai közül kiemelendő az alakváltozási kristályosodás, ami növeli a minimális alakváltozást. Ezen hatás gyakorlati jelentőséggel bír, mivel a gumi alkatrészek gyakran nagy statikus terhelést szenvednek, ami felett a kisebb dinamikus terhelések összeadódnak. A megnövekedett minimális alakváltozás előnyös hatását természetes gumi esetén először Cadwell[21] et al. tárgyalta. Fielding később megállapította, hogy a Butyl-B hasonló előnnyel bír, de a GR-S (SBR) nem. Azokra a gumifajtákra, amelyek nem mutatnak alakváltozási kristályosodási képességet, a növekvő alakváltozás káros hatással bírhat. Fielding szerint az alakváltozási kristályosodás felelős a természetes gumi és a Butyl-B élettartamának javulásáért. Fontos különbség a kristályosodásra képes és nem képes gumik repedés növekedésében,

[18] Lake, G. J.: Aspects of fatigue and fracture of rubber, in *Progress of Rubber Technology*, 1983, Vol. 45., pp. 89–143.

[19] Lake, G. J.: Mechanical fatigue of rubber, in *Rubber Chemistry and Technology*, 1972, Vol. 45., pp. 309–328.

[20] Beatty, J. R.: Fatigue of rubber, in *Rubber Chemistry and Technology*, 1964, Vol. 37, pp. 1341–1364.

[21] Cadwell, S. M. – Merrill, R. A. – Sloman, C. M. – Yost, F. L.: Dynamic fatigue life of rubber, in *Industrial and Engineering Chemistry Analytical Edition*, 1940, Vol. 12, pp. 19–23.

hogy statikus terhelés alatt a nemkristályosodó gumik állandó repedés-növekedést mutatnak, míg a kristályosodó gumiknál nincs repedésnövekedés.

Roland szerint az elasztomerek hőkezelése jelentős változást okoz kifáradási jellemzőikben, a változás természete/jellege függ a gumi deformációjától a hőkezelés alatt. A hőkezelés párhuzamosan fejti ki hatását mind a gumi kifáradási élettartamára mind a húzási szilárdságára. Elég nagy alakváltozások és frekvenciák esetén egy újabb fontos tényezőt kell figyelembe venni: a hőinstabilitást, túlmelegedést. A túlmelegedés akkor következik be amikor a belső energia disszipáció sebessége nagyobbá válik mint a hővezetési sebesség a környezet felé. Amikor ez bekövetkezik, a hőmérséklet gyors növekedésnek indul, a gumi tönkremenetelét okozva. Ezen melegedésre numerikus szimulációkat végeztek.[22]

A környezeti hatások közül figyelemre méltó a hőmérséklet hatása: a megemelkedett hőmérséklet káros hatást gyakorol a gumira, mind a repedési gócképződési élettartamra, mind a kifáradási repedésnövekedési sebességre vonatkozóan.

ÖSSZEFOGLALÁS

Jelen cikkben a megvalósított kutatási eredmények bemutatására került sor, így a csatolt termomechanikai feladat megoldására, azaz szimuláció fejlesztésére a termodinamikailag konzisztens leírásmód alkalmazásával, valamint a gumialkatrészek kifáradására vonatkozó szakirodalmi háttér összefoglalására. A cikkben a csatolt termomechanikai feladat megoldási módszere került bemutatásra, amely alkalmas alakváltozások és hőmérsékletváltozások számítására gumiból készült járműalkatrészek esetén. A kifáradásra vonatkozó szakirodalmi háttér összefoglalása a későbbi kifáradás- és élettartam számítások alapjául szolgál.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- Beatty, J. R.: Fatigue of rubber, in *Rubber Chemistry and Technology*, 1964, Vol. 37., pp. 1341–1364.
- Bonet, Javier – Wood, Richard D.: *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis,* 1997, Camebridge University Press, Camebridge.
- Cadwell, S. M. – Merrill, R. A. – Sloman, C. M. – Yost, F. L.: Dynamic fatigue life of rubber, in *Industrial and Engineering Chemistry Analytical Edition*, 1940, Vol. 12, pp. 19–23.
- Égert, János – Pere, Balázs: *Finite Element Analysis*, 2011, Universitas-Győr Nonprofit Kft., Győr.
- Flory, Paul John: Thermodynamic relations for high elastic materials, in *Transactions of the Faraday Society*, 1961, Vol. 57., pp. 829–838.

[22] Mars, W. V. – Fatemi, A.: Factors that affect the fatigue life of rubber:a literature survey, in *Journal of Rubber Chemistry and Technology*, 2004, Vol. 77., No. 3., pp. 391–412.

▪ Gyarmati, István: *Nem egyensúlyi termodinamika,* 1967, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
▪ Holzapfel, Gerhard A. – Simo, Juan C.: Entropy elasticity of isotropic rubber-like solids at finite strains, in *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1996, Vol. 132., p. 17–44.
▪ Holzapfel, Gerhard A.: *Nonlinear Solid Mechanics*, 2000, John Wiley&Sons, Chichester.
▪ Lake, G. J.: Aspects of fatigue and fracture of rubber, in *Progress of Rubber Technology*, 1983, Vol. 45, pp. 89–143.
▪ Lake, G. J.: Mechanical fatigue of rubber, in *Rubber Chemistry and Technology*, 1972, Vol. 45., pp. 309–328.
▪ Mars, W. V. – Fatemi, A.: Factors that affect the fatigue life of rubber:a literature survey, in *Journal of Rubber Chemistry and Technology*, 2004, Vol. 77., No. 3, pp. 391–412.
▪ Ogden, Raymond William: Elastic deformations of rubberlike materials, in Hopkins, H. G. – Sewell, M. J. (eds.): *Mechanics of Solids, the Rodney Hill 60th Anniversary Volume*, 1982, Pergamon Press, Oxford, pp. 499–537.
▪ Pere, Balázs: *Solution of Coupled Thermomechanical Problems Using p-FEM*, 2012, Graz, Austria, 8th European Solid Mechanics Conference (ESMC2012), (CD-ROM, 2 pages).
▪ Lu, S. C. H. – Pister, K. S.: Decomposition of deformation and representation of the free energy function for isotropic thermoelastic solids, in *International Journal of Solids and Structures*, 1975, Vol. 11., pp. 927–934.
▪ Szüle, Veronika – Pere, Balázs.: Modelling of Heat Generation in Vehicle Components Made of Rubber Caused by Finite Deformations, in *Lecture Notes in Mechanical Engineering in Vehicle and Automative Engineering 2*, Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, pp. 142–157.
▪ Szüle, Veronika – Pere, Balázs: Solution of Thermomechanical Coupled Problem Using FEM, in *Proceedings of the 5th International Scientific Conference on Advances In Mechanical Engineering (ISCAME 2017)*, 2017, Debrecen, Hungary, Department of Mechanical Engineeering. Faculty of Engineering, University of Debrecen, pp. 544–547.
▪ Treloar, Leslie ronald George: *The Physics of Rubber Elasticity*, 1975, USA, 3rd edition, Oxford University Press, New York.