TÜŰ-SZABÓ BOLDIZSÁR[1]

Szállítási feladatok útvonal-optimalizálása evolúciós algoritmusokkal

Az Utazó Ügynök Problémát megoldó módszerek hatékonyságának vizsgálata

1. BEVEZETÉS

Az Utazó Ügynök Probléma (Traveling Salesman Problem) az egyik leghíresebb és legkutatottabb optimalizálási probléma, amit annak köszönhet, hogy mind elméleti (NP-nehéz osztályba tartozik), mind gyakorlati szempontból nagy jelentőségű. Számos alkalmazási területe van (logisztika, gyártás, ütemezés stb.).

A feladat az ügynök által meglátogatandó helyek azon sorrendjének (az útvonal kezdő és végpontja megegyezik) meghatározása, amely a legkisebb költséget eredményezi.

Három módszert vizsgáltam és hasonlítottam össze az Utazó Ügynök Probléma megoldására: a garantáltan optimális megoldást adó Concorde algoritmust,[2] a Lin-Kernighan heurisztika Helsgaun által továbbfejlesztett változatát,[3] valamint az általam fejlesztett Diszkrét Bakteriális Memetikus Evolúciós Algoritmust (DBMEA).

A Concorde a leghatékonyabb pontos megoldást biztosító módszer, egy bonyolult branch and cut algoritmus heurisztikus technikákkal kiegészítve.

A Lin-Kernighan heurisztikát 1973-ben Lin és Kernighan publikálta.[4] A heurisztika első változata képes volt 100-as méret alatti feladat optimális megoldásának megtalálására. A módszer a k-opt lokális keresés általánosítása, élcserékkel javítja az útvonalat: szekvenciális k-opt, valamint nem szekvenciális double bridge lépéseket használ. Helsgaun 2000-ben publikálta az algoritmus javított változatát, néhány heurisztikus szabály módosításával, a keresés szigorításával jelentős javulást ért el, jelenleg ez az algoritmus számít a leghatékonyabb heurisztikus módszernek az Utazó Ügynök Probléma megoldására.

---

[1] SZE Informatika Tanszék, egyetemi tanársegéd, doktorjelölt. Témavezető: Dr. Kóczy T. László, SZE Informatika Tanszék, egyetemi tanár.

[2] Applegate, D. L. – Bixby, R. E. – Chvátal, V. – Cook, W. J.: *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*, 2006, Princeton University Press, Princeton, pp. 489–530.

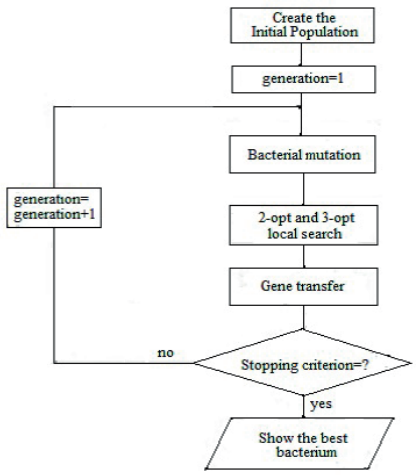
[3] Helsgaun, K.: An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic, in *European Journal of Operational Research*, 2000, Vol. 216, pp. 106–130.

[4] Lin, S.– Kernighan, W.: An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem, in *Operations Research*, 1973, 21(2), pp. 498–516.

A DBMEA[5] egy populáció alapú evolúciós algoritmus, amelyben a Bakteriális Evolúciós Algoritmus diszkrét változata lokális kereséssel van ötvözve. A populáció egyedekből (baktériumokból) áll, amelyek mindegyike egy-egy megoldást (jelen esetben egy-egy útvonalat) jelent a problémára.

Az 1. ábra mutatja az algoritmus folyamatábráját. A Bakteriális mutáció az egyes egyedeken kerül végrehajtásra, az egyedek klónjain mutációt végrehajtva igyekszik jobb megoldásokat találni. A lokális keresésnél 2-opt, illetve 3-opt lokális technikát alkalmaz, kettő illetve három él cseréjével próbálja meg javítani a pillanatnyi útvonalat. A génátadás művelet az egyedek közötti információcserét segíti elő a populáción belül azáltal, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott jó tulajdonságú (alacsony költségű, felső 50%-ba tartozó) baktérium továbbítja a megoldásának egy részét (egy útvonalrészletet) egy véletlenszerűen kiválasztott rossz tulajdonságú (alsó 50%-ba tartozó) baktériumnak. A DBMEA már több NP-nehéz optimalizálási problémán tesztelve lett (Utazó Ügynök probléma, időablakos Utazó Ügynök Probléma,[6] időfüggő Utazó Ügynök Probléma,[7] Utazó Szerelő Probléma[8]). Az eredmények igazolták a DBMEA hatékonyságát, mindegyik probléma esetén közel optimális megoldásokat tudott produkálni elfogadható időn belül.

1. ábra: A DBMEA algoritmus folyamatábrája



[5] Kóczy, L. T. – Földesi, P. – Tüű-Szabó, B.: Enhanced Discrete Bacterial Memetic Evolutionary Algorithm-An efficacious metaheuristic for the traveling salesman optimization, in *Information Sciences*, 2017, Vol. 460, pp. 389–400.

[6] Kóczy – Földesi – Tüű-Szabó: i. m.

[7] Tüű-Szabó, B. – Földesi, P. – Kóczy, L. T.: Discrete Bacterial Memetic Evolutionary Algorithm for the Time Dependent Traveling Salesman Problem, in *International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, IPMU 2018*, 2018, Cádiz, Spain, Springer, pp. 523–533.

[8] Tüű-Szabó, B. – Földesi, P. – Kóczy, L. T.: A Population Based Metaheuristic for the Minimum Latency Problem, in *Trends in Mathematics and Computational Intelligence*, Springer, 2019, pp. 113–121.

A szakirodalomban csak néhány cikk foglalkozik az Utazó Ügynök Problémát megoldó algoritmusok statisztikai vizsgálatával. Applegate és társai[9] a futási időket ábrázolva arra a következtetésre jutottak, hogy a Concorde algoritmus valószínűleg exponenciális görbéjű. Hoos és Stützle[10] a Concorde futási idejének alakulását vizsgálták RUE (random egyenletes euklideszi) tesztfeladatokon, vizsgálatukban a gyök-exponenciális modell bizonyult a legpontosabbnak. Mu és társai[11] az EAX és Lin-Kernighan heurisztikán elemezték szintén RUE tesztpéldákon. Azt állapították meg, hogy a Lin-Kernighan heurisztika görbéje valahol a polinomiális és a négyzetgyök exponenciális között található.

2. SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

A három vizsgált algoritmust a VLSI TSP adatbázisban (http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/vlsi/) megtalálható referenciaproblémákon teszteltem 20000-es méretig. A kisebb (5000 alatti) feladatoknál 10, a nagyobbaknál (5000 feletti) 5 futtatást végeztem el. Az élek hosszának számításakor nem használtam kerekítést, valós értékként kerültek tárolásra. Ebből kifolyólag szükséges volt a Concorde algoritmus, illetve a Lin-Kernighan heurisztika módosítása, hiszen azok eredetileg az élek hosszát egész értékként vették figyelembe.

A Concorde és a Lin-Kernighan heurisztika tesztelésénél az alapértelmezett paramétereiket használtam.

A DBMEA esetén az alábbi paraméter-beállítást alkalmaztam:

- populáció egyedeinek száma (N_{ind}=100),
- klónok száma a bakteriális mutáció során ($N_{clones}= n_{cities}/25$),
- infekciók száma a génátadás során ($N_{inf}= 40$),
- bakteriális mutáció szegmenshossza ($I_{seg}= n_{cities}/50$),
- átadott szegmens hossza a génátadás során ($I_{trans}=n_{cities}/10$),
- a lokális keresés során megvizsgálandó csúcsok listájának (candidate list) hossza (problémaméret négyzetgyöke).

2.1. Az útvonalak hosszának összehasonlítása

Összehasonlítottam a három módszer által produkált legrövidebb, illetve átlagos úthosszokat (1. táblázat). A Concorde algoritmus a 2000-nél nagyobb feladatokat a pds2566 kivételével nem tudta megoldani 2 CPU napon belül. A Helsgaun-féle Lin-Kernighan heurisztika produkálta a legrövidebb úthosszokat.

[9] Applegate – Bixby – Chvátal – Cook: i. m.

[10] Hoos, H. H. – Stützle, T.: On the empirical scaling of run-time for finding optimal solutions to the travelling salesman problem, in *European Journal of Operational Research*, 2014, Vol. 238, 87–94. o.

[11] Mu, Z. – Dubois-Lacoste, J. – Hoos, H. H. – Stützle, T.: On the empirical scaling of running time for finding optimal solutions to the TSP, in *Journal of Heuristics*, 2018, Vol. 24., Iss. 6., pp. 879–898.

A DBMEA szintén jó minőségű, közel-optimális megoldásokat eredményezett, a Lin-Kernighan heurisztikához képesti eltérés bőven 1%-nál kisebb.

1. táblázat: Az útvonalak összehasonlítása

Feladat neve	DBMEA		Helsgaun-féle Lin-Kernighan		Concorde	Eltérés DBMEA [%]
	legjobb talált	átlagos	legjobb talált	átlagos	optimális	
xql662	2 550.84	2550.84	2 550.84	2 550.92	2 550.84	0
dkg813	3 243.41	3 243.41	3 243.41	3 243.68	3 243.41	0
dka1376	4 738.61	4 743.20	4 746.87	4 736.87	4 736.87	0
dcq1389	5 156.43	5 158.06	5 152.06	5 153.08	5 152.69	0.04
dja1436	5 332.09	5 335.93	5 328.21	5 329.01	5 328.21	0.07
icw1483	4 467.22	4 472.12	4 465.88	4 465.94	4 465.88	0.07
rbv1583	5 446.09	5 449.99	5 444.67	5 444.91	5 444.67	0.03
rby1599	5 589.13	5 592.02	5 584.16	5 585.20	5 584.16	0.03
dea2382	8 154.34	8 160.93	8 146.94	8 148.87	-	0.09
pds2566	7 774.91	7 781.57	7 766.71	7 766.89	7 766.71	0.1
bch2762	8 376.18	8 380.63	8 368.56	8 370.33	-	0.13
fdp3256	10 104.36	10 108.69	10 091.29	10 092.15	-	0.13
dkc3938	12 715.99	12 723.46	12 704.22	12 704.31	-	0.09
xqd4966	15 554.91	15 560.49	15 530.82	15 531.00	-	0.16
fqm5087	13 230.21	13 237.87	13 193.20	13 194,00	-	0.33
xsc6880	21 965.24	21 981.22	21 901.80	21 902.82	-	0.36
bnd7168	22 193.6	22 198.00	22 126.25	22 127.98	-	0.30
dga9698	28 273.84	28 276.25	28 187.15	28 189.48	-	0.31
frh19289	57 062.65	57 083.45	56 649.11	56 655.91	-	0.73

2.2. Görbeillesztés az átlagos futási idő értékeihez

Mindhárom algoritmus esetén az alábbi három modell illeszkedését vizsgáltam meg az átlagos futási idő pontjaira:

- polinomiális: $f[a,b](n) = a \cdot n^b$
- exponenciális:
- négyzetgyök exponenciális: $f[a,b](n) = a \cdot b^{\sqrt{n}}$

Mindhárom modell esetén az a görbe lett meghatározva, amelyik a legkisebb

RMSE (root mean square error) értéket eredményezte. A Concorde a 2000-es méretűnél (egy kivételével) nagyobb problémákat nem tudta megoldani a beállított 2 CPU napos időkorláton belül, így a Concorde esetében csak kevesebb pontra tudtam elvégezni a görbeillesztést.

A 2. táblázat tartalmazza a görbék paramétereit. Mindhárom vizsgált modell esetén a Lin-Kernighan heurisztika esetében kaptam a legkisebb *b* paraméter értékeket, amely azt jelenti, hogy nagyméretű problémákon ez az algoritmus lesz a leggyorsabb. A DBMEA-nál a polinomiális modell esetében a *b* paraméter értéke szintén 2 alatti, tehát az algoritmus kisebb mint négyzetes időkomplexitású.

2. táblázat: A modellek paraméterei

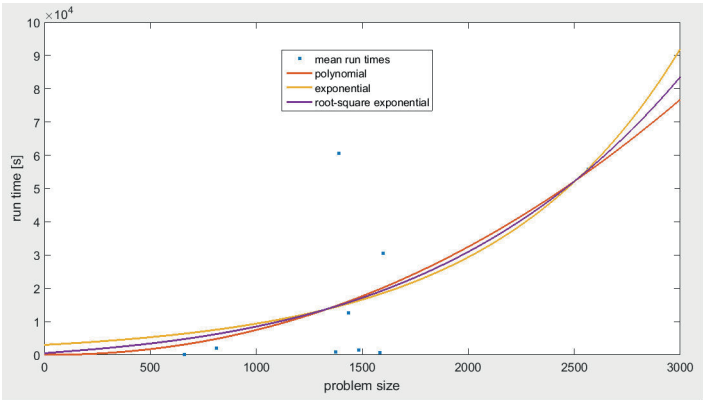
		a	b
Concorde	polinomiális	0.00326	2.12018
	exponenciális	2 996.51	1.00114
	négyzetgyök exponenciális	375.1996	1.10373
Helsgaun-féle Lin-Kernighan	polinomiális	0.00034	1.81815
	exponenciális	693.3861	1.00018
	négyzetgyök exponenciális	139.8174	1.03706
DBMEA	polinomiális	0.00190	1.98134
	exponenciális	16 247.52	1.00018
	négyzetgyök exponenciális	2 981.33	1.03883

Az illeszkedés pontosságának megállapítására kiszámításra kerültek az RMSE és R-négyzet értékek (3. táblázat). A Concorde mindhárom modell esetén rossz illeszkedést mutat, az R-négyzet értékek 0.4 alattiak. Ez azt jelenti, hogy a Concorde esetében a futási idő nem becsülhető előre, mert nagymértékben függ a feladat struktúrájától, a csúcspontok elhelyezkedésétől. A Lin-Kernighan heurisztika a Concorde-nál jobb illeszkedési tulajdonságokat mutat, RMSE értékei kisebbek és R-négyzet értékei nagyobbak. A legjobb illeszkedést a DBMEA mutatja, mindhárom modell esetén közel 1 nagyságú R-négyzet értékeket produkált. A DBMEA esetén tehát igen jól előre becsülhető a futási idő egy adott méretű feladathoz. A 2–4. ábrák mutatják a görbék alakját a három algoritmus esetében.

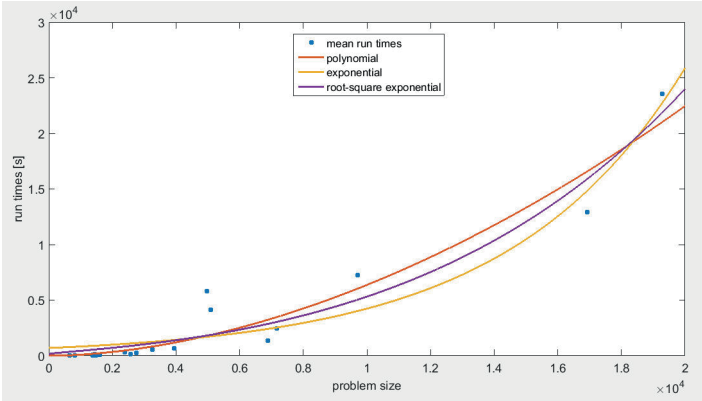
3. táblázat: RMSE és R-négyzet értékek

		RMSE	R-négyzet értékek
Concorde	polinomiális	18 314.6	0.38
	exponenciális	18 391.9	0.3748
	négyzetgyök exponenciális	18 332.2	0.3788
Helsgaun-féle Lin-Ker-nighan	polinomiális	1547.7	0.9268
	exponenciális	1535.4	0.9280
	négyzetgyök exponenciális	1483.9	0.9327
DBMEA	polinomiális	7 726.17	0.9965
	exponenciális	20 618.07	0.9753
	négyzetgyök exponenciális	12 335.27	0.9911

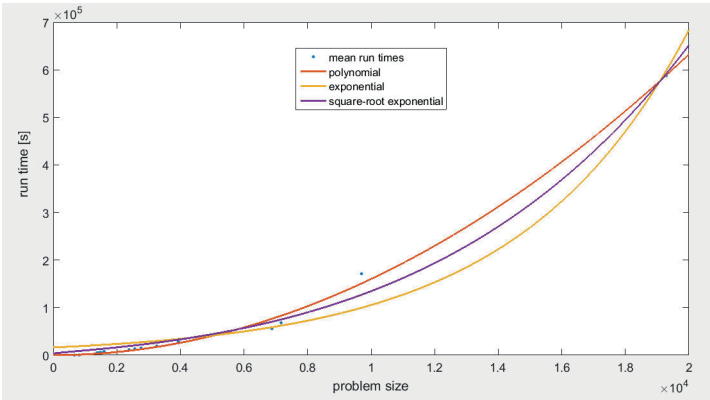
2. ábra: A görbék alakulása a Concorde algoritmus esetén



3. ábra: A görbék alakulása a Lin-Kernighan heurisztika esetén



4. ábra: A görbék alakulása a DBMEA algoritmus esetén



3. KONKLÚZIÓ

A cikkben három algoritmus hatékonyságát vizsgáltam az Utazó Ügynök Probléma megoldására referenciafeladatokon tesztelve őket. Az átlagos futási időkhöz három különböző (polinomiális, exponenciális, négyzetgyök exponenciális) görbét illesztettem, majd megvizsgáltam az illeszkedés pontosságát. A kapott eredmények alapján megállapítható, hogy a Lin-Kernighan heurisztika a leggyorsabb és ez produkálta a legrövidebb úthosszokat is. A DBMEA szintén közel-optimális megoldásokat produkált, a Lin-Kernighan heurisztika megoldásaihoz képest az eltérés jóval 1% alatti. A legjobb illeszkedést mindhárom esetben a DBMEA adta, amely igazolja az algoritmus jó jósolhatósági tulajdonságát.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- Applegate, D. L. – Bixby, R. E. – Chvátal, V. – Cook, W. J.: *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*, 2006, Princeton University Press, Princeton, pp. 489–530.
- Helsgaun, K.: An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic, in *European Journal of Operational Research*, 2000, Vol. 216., pp. 106–130.
- Hoos, H. H. – Stützle, T.: On the empirical scaling of run-time for finding optimal solutions to the travelling salesman problem, in *European Journal of Operational Research*, 2014, Vol. 238., pp. 87–94.
- Kóczy, L. T. – Földesi, P. – Tüű-Szabó, B.: Enhanced Discrete Bacterial Memetic Evolutionary Algorithm-An efficacious metaheuristic for the traveling salesman optimization, in *Information Sciences*, 2017, Vol. 460., pp. 389–400.
- Lin, S.– Kernighan, W.: An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem, in *Operations Research*, 1973, 21(2), pp. 498–516.
- Mu, Z. – Dubois-Lacoste, J. – Hoos, H. H. – Stützle, T.: On the empirical scaling of running time for finding optimal solutions to the TSP, in *Journal of Heuristics*, 2018, Vol. 24., Iss. 6., pp. 879–898.
- Tüű-Szabó, B. – Földesi, P. – Kóczy, L. T.: A Population Based Metaheuristic for the Minimum Latency Problem, in *Trends in Mathematics and Computational Intelligence*, 2019, Springer, pp. 113–121.
- Tüű-Szabó, B. – Földesi, P. – Kóczy, L. T.: Discrete Bacterial Memetic Evolutionary Algorithm for the Time Dependent Traveling Salesman Problem, in *International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, IPMU 2018, Cádiz, Spain*, Springer, 2018, pp. 523–533.