

# Alternatív járműhajtásokban alkalmazott állandó mágneses szinkron motor tenzor szorzat elví modellezése

## 1. BEVEZETÉS

A villamos gépek térnyerése – az ipari fejlődésnek (Ipar 4.0), a közlekedés átalakulásának, az eMobilitás egyre széleskörűbb elterjedésének köszönhetően – egyre inkább megfigyelhető. Manapság már kevés olyan eszközt tudunk elképzelni, amiben ne lenne valamilyen elektronika, vagy ne tartalmazna egy vagy több kisebb-nagyobb méretű villanymotort. Munkám során elsősorban a eMobilitás témakörébe tartozó villamos gépek modellezésével és hajtásszabályozásával foglalkozom, de az itt tárgyalt nagyságrendileg az 1kW-100kW-os teljesítménytartományt lefedő modellek általánosíthatók és kiterjeszthetők még szélesebb tartományra bizonyos korrekciók elvégzése után.

Az eMobilitás témakörét nagyon röviden megvizsgálva, az előbb említett teljesítményekkel le tudjuk fedni az elektromos roller, gördeszka, kerékpár, robotgő, motorkerékpár, valamint a személyautók működtetéséhez elegendő energiaellátást.

Személygépjárművek és kisteherautók hajtásánál két számunkra releváns változatot különböztetünk meg, a tisztán elektromost (Battery Electric Vehicle, BEV), illetve hibridet (Hibrid Electric Vehicle, HEV). Villamos gépek modellezése és szabályozása szempontjából irreleváns, hogy a fenti két eset közül milyen járműben szerepel az adott eszköz. A legfontosabb kérdés minden esetben a villamos gép típusa, ami lehet egyenáramú, szinkron, aszinkron, illetve szinkron reluktancia motor. Munkám során az állandó mágneses szinkron motorral (PMSM) foglalkozom.

Az PMS motor állapotér alapú modellezése nem újkeletű kutatási terület, azonban még mindig rendkívül nagy benne a potenciál és fejlesztési lehetőség. A villamos gépek modellezés szempontjából erősen nemlineáris jelleget mutatnak, aminek a megfelelő kezelése jelenleg is aktív kutatási téma. Ennek a nemlinearitás kezelésének egyik lehetséges módja a lineáris paraméter változójú (LPV) vagy kvázi lineáris paraméter változójú (qLPV) modellezés, attól függően, hogy

---

[1] SZE Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola, PhD hallgató. Témavezető: Prof. Dr. Kuczmann Miklós, egyetemi tanár, SZE Gépészmérnöki, Informatikai és Villamosmérnöki Kar, Automatizálási Tanszék.

milyen paraméterhalmazt használunk. Munkámban az LPV modellezés leírására tenzor szorzat (Tensor Product, TP) elvű modellezést alkalmaztam és mutattam be ennek előnyös tulajdonságait.

Jelen munka elég erős matematikai tudást és számításokat tartalmaz, melynél próbáltam a szükséges minimumra törekedni a könnyebb érthetőség érdekében.

## 2. PMSM MODELL FELÉPÍTÉSE

A villamos gépek modellezésének egyik lehetséges megoldása az állapottér alapú leírás, amit jelen munkám során sikeresen alkalmaztam. Ezen leírás levezethető a 3 fázisú feszültség, illetve fluxus egyenletekből Clark és Park transzformáció bevezetése után.<sup>2</sup> Ezen differenciálegyenlet rendszer a következő alakban írható le

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} V_d - \frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega i_q \\ \frac{1}{L_q} V_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega i_d - \frac{1}{L_q} \psi_{pm} p \omega \\ \frac{3}{2} \frac{p}{J} \psi_{pm} i_q + \frac{3}{2} \frac{p}{J} (L_d - L_q) i_d i_q - \frac{D_f}{J} \omega_r - \frac{T_L}{J} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

amelyet egy kompaktabb alakra hozva

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} p \omega & 0 \\ -\frac{L_d}{L_q} p \omega & -\frac{R}{L_q} & \frac{1}{L_q} p \psi_{pm} \\ \frac{3}{2} \frac{p}{J} (L_d - L_q) i_q & \frac{3}{2} \frac{p}{J} \psi_{pm} & -\frac{D_f}{J} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}, \quad (2)$$

ahol az úgy nevezett állapotvektor, amely az áramkomponensek direkt és kvadratikus irányából és a szögsebességéből áll, az állórész ellenállása, és az állórész induktivitások, a póluspárok száma, a tehetetlenségi nyomaték, a súrlódási együttható, az állandó mágnes fluxusa, és pedig a feszültség direkt és kvadratikus irányú komponense. Pirossal jelöltem a nemlinearitások forrását, ahol a jelölt és a tenzor szorzat modell időfüggő paraméterei lesznek. A későbbi szimulációs eredményeknél a következő motor paramétereket használtam:

$$R=1\Omega, L_d=6mH, L_q=12mH, \Psi_{PM}=0,2Wb, J=0,001kgm^2, D_f=4 \cdot 10^{-4} Nm \frac{rad}{s}, p=2.$$

[2] KUSLITS M.: *Állandómágneses szinkrongépek modellalapú irányításfejlesztése*, 2016, Publio Kiadó, Győr, PREINDL M. – BOLOGNANI, S.: Model Predictive Direct Speed Control with Finite Control Set of PMSM Drive Systems, in: *IEEE TransactionsonPower Electronics*, 2013, Feb., Vol. 28., No. 2., 1007–1015. doi: 10.1109/TPEL.2012.2204277.

### 3. TENZOR SZORZAT MODELL FELÉPÍTÉSE

A tenzor szorzat elvű modellezés legnagyobb előnye, hogy a (2) összefüggésben már bemutatott erősen nemlineáris modellt szétbontjuk – jelen esetben – 4 darab lineáris alrendszerre,<sup>3</sup> amiket különböző súlyokkal fogunk figyelembe venni. Ezt reprezentálja a következő összefüggés

$$\dot{\mathbf{x}} \cong \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \prod_{n=1}^2 w_{n,i_n}(x_n) (\mathbf{A}_{i_1,i_2} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{i_1,i_2} \mathbf{v}), \quad (3)$$

ahol jelöli az  $i$ -edik paraméterhez tartozó súlyfüggvényt,  $\mathbf{v}$  pedig a gerjesztő feszültség lesz. A gerjesztés a visszacsatoló ágnak és az integráló tagoknak köszönhetően a következő alakban adható meg

$$\mathbf{v} = - [\mathbf{K} \ \mathbf{K}_r] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_I \end{bmatrix}, \quad (4)$$

ahol  $\mathbf{K}$  és  $\mathbf{K}_r$  a visszacsatoló mátrixot,  $\mathbf{x}_I$  pedig a két külön szabályozó ág éppen aktuális összegét jelöli.

#### 3.1. Paraméter tartományok definiálása

Hogy minél pontosabb és a villamos gépet a lehető legjobb közelítéssel megadó modellt készítsük el, szükséges a kiválasztott paraméterek tartományának megadása. Jelen esetben az  $\Omega = [-20 \ 20] \times [-800 \ 800]$  az optimális választás. Ez meghatározható a motor névleges értékeiből is, ahol paraméterhez tartozó intervallum definiálható a névleges áramértékből, míg az értékhez tartozó a névleges fordulatszámából, figyelembe véve a mezőgyengítéses szakaszban történő üzemelet is. További beállítási lehetőség a kiválasztott intervallum mintavételes felbontása. Ennek meghatározásáról korábbi cikkemben<sup>4</sup> is foglalkoztam, ezért itt külön nem térnék rá ki, értéke mindkét paraméter esetén 50-re lett állítva.

Ezen információkat felhasználva előállítható az  $\mathbf{S}(\mathbf{p}(t))$  paraméterfüggő 4 dimenziós rendszermátrix

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{50 \times 50 \times 5 \times 7}. \quad (5)$$

---

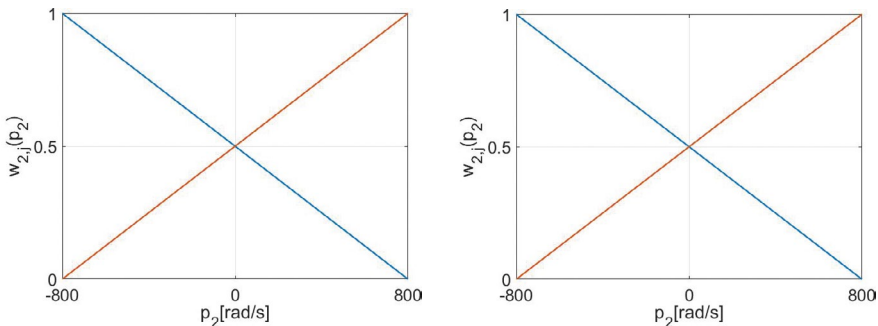
[3] SZOLLOSI A. – BARANYI, P.: Influence of the Tensor Product model representation of qLPV models on the feasibility of Linear Matrix Inequality, in: *Asian Journal of Control*, 2015, December, Vol. 18, No. 4., 1328–1342.; BARANYI, P.: Extracting LPV and qLPV Structures From State-Space Functions: A TP Model Transformation Based Framework, in: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, March, Vol. 28, No. 3., 499–509.

[4] NÉMETH, Z. – KUCZMANN, M.: Tensor product transformation – based modeling of an induction machine. in: *Asian Journal of Control*, 2020, 1–10. <https://doi.org/10.1002/asjc.2468>.

### 3.2. Súlyfüggvények definiálása

Az angol szakirodalomból ismert higher order singular value decomposition (HOSVD) műveletet végrehajtva,<sup>5</sup> az rendszermátrixon, megkapjuk a szinguláris értékeket, amiből ideális esetben elegendő kettőt megtartani, hogy a súlyfüggvények lineárisak legyenek. Súlyfüggvényeknek több típusa is létezik, a teljesség igénye nélkül: EYE, CNO, IRNO, SNNN, BOX, ORTHO. A különböző típusoknak a modellre gyakorolt hatásait az előző munkámban<sup>6</sup> már részletesen bemutattam, jelen munkám során a Closed to Normalised (CNO) típusú súlyfüggvényt használtam, ezek eredménye látható az 1. ábrán.

1. ábra: Lineáris paraméterek CNO típusú súlyfüggvényei



### 4. SZABÁLYOZÓ ALGORITMUS REALIZÁLÁSA

Ahogy az már korábban is bemutatásra került, legnagyobb előnye a tenzor szorzat transzformációnak, hogy a nem lineáris rendszert több, lineáris alrendszerre bontjuk fel, amiket az 1. ábrán látható és súlyfüggvényeknek megfelelően fogunk figyelembe venni. Az ily módon leírt rendszerek egyik megoldási lehetősége a lineáris mátrix egyenlőtlenségek (LMI) bevezetése, melyeknek numerikus megoldása MATLAB-ban megoldott.

Rendszerek modellezése és irányítása során alapvető elvárás, hogy a szabályozott eszköz mindig stabilan, minél kisebb hibával, rövid beállási idővel, nagy zavartűrő képességgel rendelkezzen, más szóval legyen robusztus a működése.

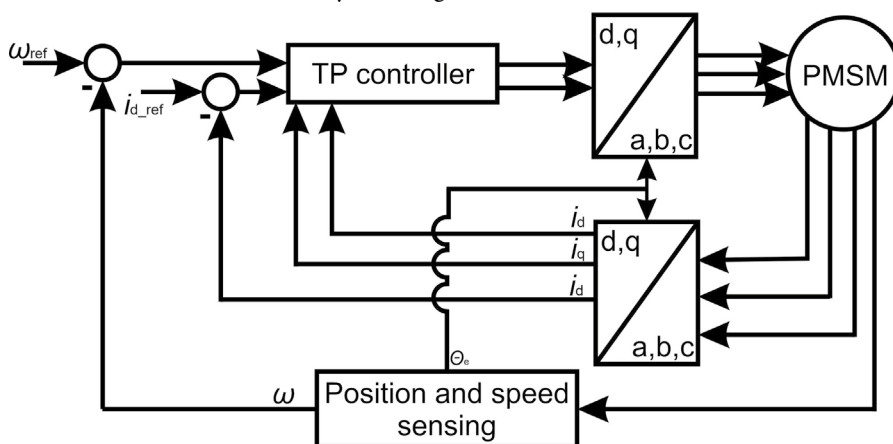
[5] WANG TINGTING – YANYUN, BI – TENG, HOU – BO, LIU – JIANFENG, CUI: An Efficient TP Model Transformation Algorithm for Robust Visual Servoing in the Presence of Uncertain Data, in: *Acta Polytechnica Hungarica*, 2020, Vol. 17, No. 6., 155–169.; BARANYI, P. – YAM, Y. – VÁRLAKI, P.: *Tensor Product Model Transformation in Polytopic Model Based Control*, ser. *Automation and Control Engineering*, Boca Raton, CRC Press, Taylor&Frances Group, March 2017, ISBN 9781138077782 – CAT K34341.

[6] NÉMETH, Z. – KUCZMANN, M.: Tensor Product Transformation Based Robust Control of Induction Machine, in: *2020 2nd IEEE International Conference on Griding and Polytope Based Modelling and Control (GPMC)*, 2020, 39–44., doi: 10.1109/GPMC50267.2020.9333812.

Villamos gépek szabályozása során két külön szabályozó ágat különböztünk meg, ami az egyenáramú gép szabályozási logikájához vezethető vissza. Az állandó mágneses szinkron motornál az egyenleteken alkalmazott Clark és Park transzformációnak köszönhetően a két ág különválasztható. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az áram 0 értéken tartása biztosítja, hogy a koordináta transzformációnak megfelelő értékek a gyakorlatban is teljesüljenek. Az árammal pedig két lehetőség közül lehet választani, működtethető a motor nyomatékszabályozás, vagy sebességszabályozás üzemmódban. A 2. ábrán a komplett szabályozási rendszer mezőorientált szabályozást (FOC) megvalósító blokkdiagramja látható.

Munkám során fontos volt számomra, hogy a hagyományosnak tekinthető PID típusú szabályozót lecseréljem egy modernebb, állapottér modell alapú szabályozóra, amivel elképzeléseim szerint egy robusztusabban működő szabályozás valósítható meg. Utóbbi elvárásomat már részben bizonyítottam előző cikkemben,<sup>7</sup> azonban még további vizsgálatok szükségesek ennek teljes mértékű kijelentéséhez.

2. ábra: Mezőorientált szabályozás megvalósítása PMSM esetén TP controllerrel



Szabályozó hangolásánál alapvető elvárás, hogy a rendszer aszimptotikusan stabil legyen. Ezen felül lehetőségünk van a szabályozó működési sebességén, túllövésén javítani, tudjuk korlátozni a bemenő és kimenő jelünk maximális értékét is. Ezeket a feltételeket, elvárásokat újabb LMI-k implementálásával tudjuk kielégíteni, amiket MATLAB által megoldható formára hozva a következő eredményeket kapjuk.<sup>8</sup> Munkám során a következő LMI-k kerültek implementálásra a jobb teljesítmény elérése érdekében

[7] NÉMETH, Z. – KUCZMANN, M.: i. m.

[8] TANAKA, K. – WANG, H. O.: *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, 2001, New York, John Wiley&Sons, Inc., 2001.

$$\begin{aligned}
& -\mathbf{X}\mathbf{A}_r^T - \mathbf{A}_r\mathbf{X} + \mathbf{B}_r\mathbf{M}_r + \mathbf{M}_r^T\mathbf{B}_r^T > 0 \\
& -\mathbf{X}\mathbf{A}_r^T - \mathbf{A}_r\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{A}_s^T - \mathbf{A}_s\mathbf{X} + \mathbf{B}_r\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_s^T\mathbf{B}_r^T + \mathbf{B}_s\mathbf{M}_r + \mathbf{M}_r^T\mathbf{B}_s^T > 0
\end{aligned} \tag{6}$$

ahol  $\mathbf{X} > 0$  és  $\mathbf{K}_r$ , valamint és  $\mathbf{K}_r = \mathbf{M}_r\mathbf{X}^{-1}$ , valamint  $r = 1, \dots, R$  és  $s = r+1, \dots, R$ .

$$\begin{aligned}
& -\mathbf{X}\mathbf{A}_r^T - \mathbf{A}_r\mathbf{X} + \mathbf{B}_r\mathbf{M}_r + \mathbf{M}_r^T\mathbf{B}_r^T + 2\alpha\mathbf{X} > 0, \\
& -\mathbf{X}\mathbf{A}_r^T - \mathbf{A}_r\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{A}_s^T - \mathbf{A}_s\mathbf{X} + \mathbf{B}_r\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_s^T\mathbf{B}_r^T + \mathbf{B}_s\mathbf{M}_r + \mathbf{M}_r^T\mathbf{B}_s^T + 4\alpha\mathbf{X} > 0,
\end{aligned} \tag{7}$$

ahol a feltételek megegyeznek az előzőkkel. A következő összefüggéssel a beavatkozó jel maximum értékét tudjuk korlátozni.

$$\phi^2 \mathbf{I} < \mathbf{X}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{M}^T \\ \mathbf{M} & u_{\max}^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

Ezen egyenlőtlenségek megoldása után megkapjuk a visszacsatoló mátrixokat, amelyek alapján működés közben a visszacsatolás és a szabályozók klasszikus értelemben vett körerősítése folyamatosan változni fog, egy kvázi adaptív szabályozót realizálva ezzel. A visszacsatoló mátrixok értékei jelen esetben a következők:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_1 &= \begin{bmatrix} 1.0575 & -0.1752 & -0.0119 & 38.2488 & 0.0255 \\ -0.0959 & 1.4777 & -0.0966 & -29.5411 & 1.0382 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{K}_2 &= \begin{bmatrix} 0.1559 & -0.2513 & -0.5213 & 22.7222 & -1.8713 \\ -0.1195 & 1.2973 & -0.0853 & 23.9710 & 1.0777 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{K}_3 &= \begin{bmatrix} 0.1559 & 0.2513 & 0.5213 & 22.7222 & 1.8713 \\ 0.1195 & 1.2973 & -0.0853 & -23.9710 & 1.0777 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{K}_4 &= \begin{bmatrix} 1.0575 & 0.1752 & 0.0119 & 38.2488 & -0.0255 \\ 0.0959 & 1.4777 & -0.0966 & 29.5411 & 1.0382 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

A (3) összefüggésben feltüntetett, illetve

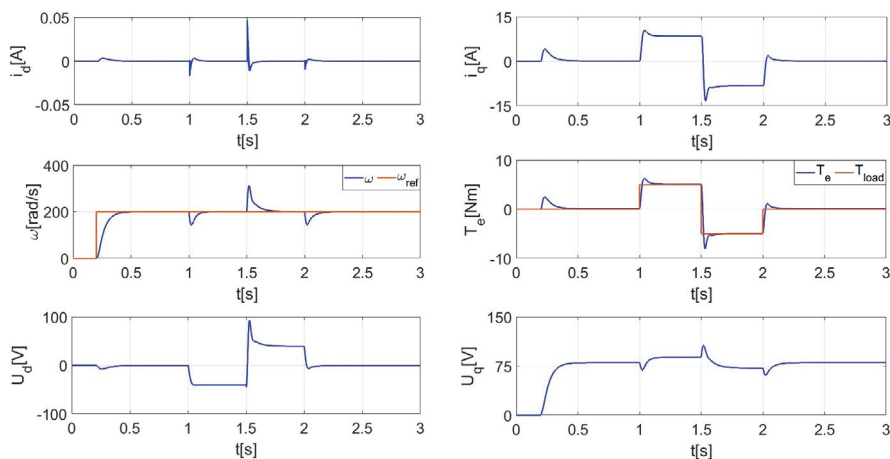
$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} -166.7 & -3200 & 0 \\ 800 & -83.33 & -33.33 \\ 360 & 600 & -0.4 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 166.7 & 0 \\ 0 & 83.33 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} -166.7 & 3200 & 0 \\ -800 & -83.33 & -33.33 \\ 360 & 600 & -0.4 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 166.7 & 0 \\ 0 & 83.33 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

## 5. SZIMULÁCIÓS EREDMÉNYEK

Munkám során kizárólag MATLAB szimulációkat végeztem, az elért eredmények méréssel történő validálása jövőbeni terveim között szerepel. Szimulációk során nyomatékszabályozás és sebességszabályozás üzemmódot is megvalósítottam. Minden esetben alapvető elvárás a szabályozó tervezésnél, hogy a zavartü-

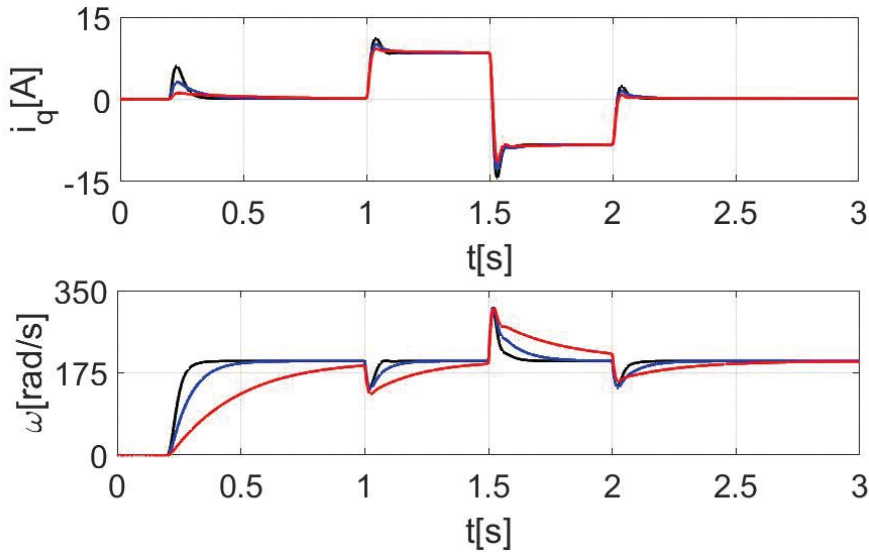
rő képessége jó legyen. Ennek vizsgálatára különböző irányú és nagyságú terhelőnyomatékokat kapcsoltam a rendszerbe, aminek áramirányokra, sebességre és nyomatékra gyakorolt hatását vizsgáltam. A szimulációk során használt állandó mágneses szinkron motor névleges fordulatszáma és nyomatéka rendre 2000rpm (209rad/s) és 10Nm. A terhelésugrások amplitúdója minden esetben a névleges nyomaték fele volt, vagyis 5Nm. Sebességszabályozó üzemmódban elvégzett szimulációs eredmény látható a 3. ábrán.

3. ábra: Sebességszabályozás működése terhelésváltások esetén



Az eredményekről elmondható, hogy az áram 0 értéken történő tartása jól és pontosan működik, legnagyobb túllövése időpillanatban van, amikor a terhelésváltozás értéke megegyezik a motor névleges nyomatékával. Sebesség szempontjából a túllövés értéke elfogadható, időpontban az értéke 312rad/s (56%), ami nagy érték, viszont visszavezethető a motor alacsony tehetetlenségi nyomatékára. Ez azt jelenti, hogy a gép mechanikai időállandója kis értékű, vagyis a kis nyomatékkülönbség is nagy fordulatszámú kilengést tud okozni. Irányú áram azonban minimális túllövással rendelkezik, ezáltal a motor által kifejtett nyomaték értékében is kisebb túllövés figyelhető meg. A szögsebességben lévő kiugrások és a beállási idő nagysága arányosan csökkenthető lenne az áram nagyobb mértékű túllövéseinek megengedésével. Erre mutat egy jó példát a 4. ábra. Látható, hogy egy lassan reagálni tudó, nagyobb beállási idővel rendelkező szabályozónak kisebb lesz a túllövése, míg egy gyorsabb szabályozás hozományaként nagyobb túllövések fognak jelentkezni.

4. ábra: Szabályozó hangolhatóságának szemléltetése



## 6. ÖSSZEFOGLALÁS ÉS TOVÁBBI TEENDŐK

Az eredmények alapján elmondható, hogy sikerült egy szimulációs környezetben jól működő és hangolható szabályozót megalkotni. Az itt elért eredmények azonban még szimulációs eredmények szempontjából is ideálisnak tekinthetők, feltételeztük, hogy valamennyi állapotváltozó értékét tudjuk, a visszacsatolt értékeken nem volt mérési zaj, valamint valamennyi beállított motor paramétert állandónak tekintettem.

Az ideális környezet lecserélése egy valóságot jobban tükröző rendszerre mindenképpen célszerű lesz a jövőben, ahol mérési zajt tudunk a visszacsatolt jelre szuperponálni, a nem mérhető állapotváltozókat le szeretném cserélni megfigyelő által becsült értékre. Ezek mellett mindenképpen el szeretném végezni a felépített, illetve az előbb említett tényezőkkel kiegészített modell paraméterbizonytalanság vizsgálatát.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- BARANYI, P.: Extracting LPV and qLPV Structures From State-Space Functions: A TP Model Transformation Based Framework, in: *IEEE Transactionson Fuzzy Systems*, 2020, March, Vol. 28, No. 3., 499–509.
- BARANYI, P. – YAM, Y. –VÁRLAKI, P.: *Tensor Product Model Transformation in Polytopic Model Based Control*, ser. *Automation and Control Engi-*



neering, Boca Raton, CRC Press, Taylor&Frances Group, March 2017, ISBN 9781138077782 – CAT K34341.

- KUSLITS M.: *Állandómágneses szinkrongépek modellalapú irányításfejlesztése*, 2016, Publio Kiadó, Győr.
- NÉMETH, Z. – KUCZMANN, M.: Tensor product transformation – based modeling of an induction machine. in: *Asian Journal of Control*, 2020, 1–10. <https://doi.org/10.1002/asjc.2468>
- NÉMETH, Z. – KUCZMANN, M.: Tensor Product Transformation Based Robust Control of Induction Machine, in: *2020 2nd IEEE International Conference on Griding and Polytope Based Modelling and Control (GPMC)*, 2020, 39–44., doi: 10.1109/GPMC50267.2020.9333812.
- PREINDL M. – BOLOGNANI, S.: Model Predictive Direct Speed Control with Finite Control Set of PMSM Drive Systems, in: *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, Feb., Vol. 28., No. 2., 1007–1015. doi: 10.1109/TPEL.2012.2204277.
- SZOLLOSI A. – BARANYI, P.: Influence of the Tensor Product model representation of qLPV models on the feasibility of Linear Matrix Inequality, in: *Asian Journal of Control*, 2015, December, Vol. 18, No. 4., 1328–1342.
- TANAKA, K. – WANG, H. O.: *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, 2001, New York, John Wiley&Sons, Inc., 2001.
- WANG TINGTING – YANYUN, BI – TENG, HOU – BO, LIU – JIANFENG, CUI: An Efficient TP Model Transformation Algorithm for Robust Visual Servoing in the Presence of Uncertain Data, in: *Acta Polytechnica Hungarica*, 2020, Vol. 17, No. 6., 155–169.